$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qb}{(a^2+b^2)^{3/2}} \quad \ldots\ldots \quad (٤٣ب - ١)$$

ويتضح من المعادلة أن شدة المجال في مركز الحلقة ينتهي إلى الصفر، أي عندما تكون $b = 0$ ، أما إذا كانت $a << b$ فإنه يمكن إهمال a^2 وتصبح المعادلة (٤٣ب - ١) كالتالي

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{b^2} \ldots\ldots\ldots \quad (٤٣جـ - ١)$$

أي أنه عند مسافات كبيرة من مركز حلقة مشحونة يتساوى المجال الكهربي مع المجال الناتج عن نقطة مشحونة بالشحنة نفسها.

أما إذا وُجد سطح مشحون مساحته S وكثافة الشحنة السطحية عليه σ (شحنة وحدة المساحة) فإنه يمكن الحصول على معادلة المجال الكهربي عند نقطة تبعد مسافة قدرها r من عنصر المساحة dS باستخدام المعادلتين (١-٣٧) و(١-٣٩) أي أن :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_s \frac{\sigma dS}{r^3}\vec{r} \ldots\ldots\ldots \quad (١-٤٤)$$

فلحساب المجال الكهربي لقرص دائري رفيع مشحون نصف قطره a وكثافة الشحنة الكهربية عليه σ ، عند النقطة p الواقعة على محور القرص كما في الشكل (١-٩) يؤخذ على القرص شريط دائري نصف قطره r فتكون مساحته :

$$dS = 2\pi\, r\, dr$$

وبتطبيق المعادلة (٤٤ - ١) على هذا الشريط الدائري فإن المجال المحصل واقع على المحور x وقيمته هي :

$$dE_x = dE\cos\theta = \frac{2\pi\, r\, dr\sigma}{4\pi\varepsilon_0 L^2}\cos\theta$$

ولكن من الشكل (١-٩) لدينا :

$$L^2 = b^2 + r^2 \quad , \quad \cos\theta = \frac{b}{L}$$

$$\therefore dE_x = \frac{2r\,dr\,\sigma b}{4\varepsilon_0 (b^2 + r^2)^{3/2}}$$

وحتى يُحصل على المجال الناتج عن القرص كاملا يكامل هذا المقدار بالنسبة لـ r التي حداها 0 و a أما b فهي ثابتة.

$$\therefore E = \int_0^a \frac{2r\,dr\,\sigma b}{4\varepsilon_0 (b^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{b\sigma}{4\varepsilon_0} \int_0^a \frac{2r\,dr}{(b^2 + r^2)^{3/2}}$$

ويمكن إجراء هذا التكامل بإجراء تحويل المتغير بأن نعتبر أن:

$$u = b^2 + r^2$$

$$\therefore du = 2r\,dr$$

وبالتعويض نجد:

$$E = \frac{b\sigma}{4\varepsilon_0} \int_0^a u^{-3/2}\,du$$

$$\therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{b\sigma}{2\varepsilon_0 (b^2 + a^2)^{1/2}} \qquad (٤٥أ - ١)$$

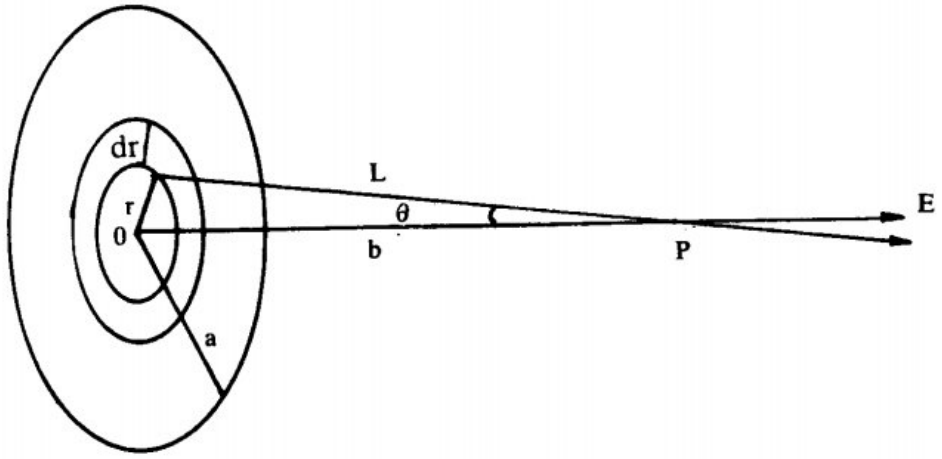
$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}[1 - \cos\theta]$$

وعندما يصبح القرص لانهائيا تكون عندها ($\theta = 90°$) وينعدم بذلك الحد الثاني وتصبح المعادلة كالتالي:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (٤٥ب - ١)$$

وأخيرا إذا كان الجسم المشحون له حجم قدره V وكانت ϱ كثافته الحجمية (شحنة وحدة الحجوم) فإنه يمكن الحصول على معادلة المجال الكهربي عند نقطة تبعد r من عنصر الحجم dV من المعادلتين (٣٦-١) و(٣٩-١) أي أن:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\dot{V}} \frac{\varrho dV}{r^3} \vec{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (١-٤٦)$$



شكل (١-٩): قرص دائري نصف قطره a ويحمل شحنة كهربية

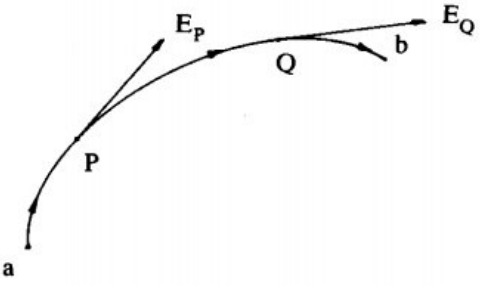
(١-٧) خطوط القوى الكهربية

Lines of Forces

يرجع أصل فكرة خطوط القوى إلى ميشيل فراداي Michael Faraday (١٧٩١ - ١٨٦٧م) وهي عبارة عن **خطوط وهمية تستخدم لوصف المجال الكهربي مقدارًا واتجاهًا**. ويبدأ خط القوى من الشحنة الموجبة وينتهي بالسالبة. وترسم هذه الخطوط عادة بحيث يتوفر فيها شرطان:

أ - أن يكون المماس لخط القوة الكهربي عند أي نقطة ممثلا لاتجاه المجال عند هذه النقطة. ويوضح الشكل (١-١٠) المجال E_p للنقطة p و E_Q للنقطة Q الواقعتين على المسار ab.

ب - أن يكون عدد خطوط القوى التي تقطع وحدة المساحة المحيطة بنقطة ما، وتكون عمودية عليها، مساويا عدديا شدة المجال عند هذه النقطة. وخط القوة الكهربي يمثل مسار وحدة الشحنة الموجبة داخل المجال الكهربي.



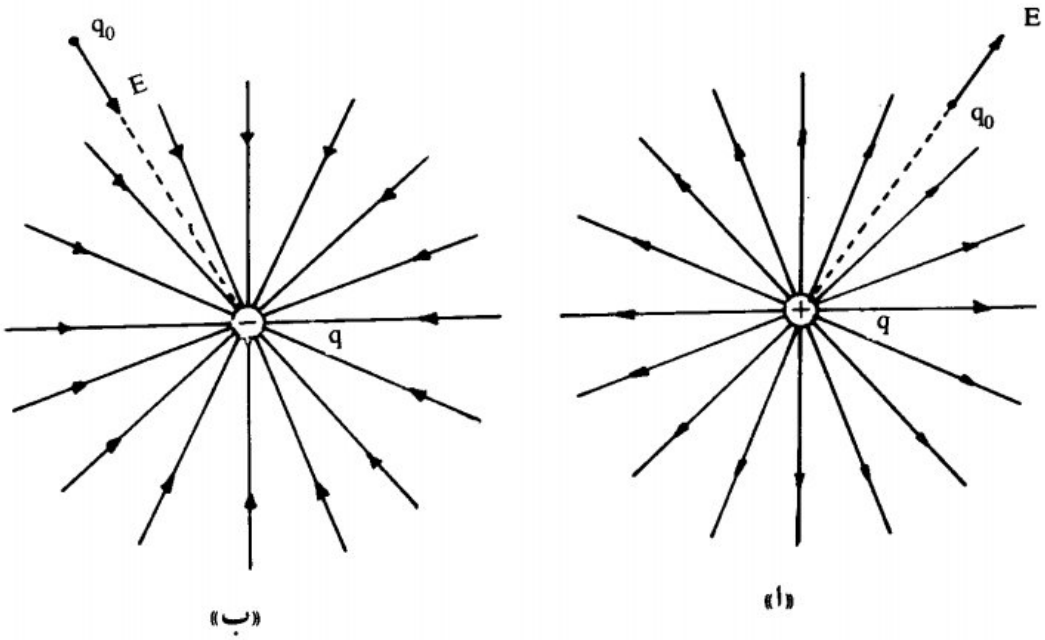
شكل (١٠-١): مسار خط قوة وقيمة المجال عند نقطتين مختلفتين عليه عند P و Q

يمثل الشكلان (١١أ - ١) و(١١ب - ١) بعض خطوط القوى حول شحنة موجبة وكذلك حول شحنة سالبة. وكما هو واضح تختلف قيمة المجال باختلاف بعد المسافة عن شحنة الاختبار q_0 ولكن للمجال قيمة واحدة عند أي نقطة حول q تقع على المسافة المعطاة نفسها. كما يبين الشكل (١١جـ - ١) خطوط القوى لصفيحة طويلة منتظمة الشكل مشحونة بشحنة موجبة وفي هذه الحالة تكون الخطوط متعامدة مع مستوى الصفيحة وموازٍ بعضها بعضا وتكون قيم E واحدة لكل النقاط القريبة من الصفيحة.

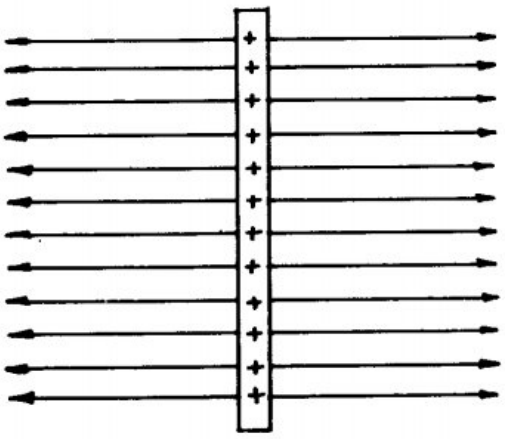
ويمثل شكل (١٢أ - ١) خطوط القوى في حالة شحنتين إحداهما سالبة والأخرى موجبة. وفي هذه الحالة يمثل المجال عند أي نقطة محصلة المجالين الناشئين عن الشحنتين واتجاهه يمثل المماس لخط القوى الكهربي. والشكل يوضح أيضا المجال المحصل عند النقاط D و C و B و A كما يمثل شكل (١٢ب - ١) خطوط القوى حول شحنتين موجبتين.

وإذا حُددت بطريقة ما خطوط القوى فإنه يمكن استخدام هذه الخطوط للدلالة على شدة المجال فضلا عن اتجاهه. فإذا كانت E شدة المجال الكهربي - فإن عدد خطوط القوى في وحدة المساحة تكون متساوية على جميع نقط السطح العمودي على هذا المجال.

فإذا كانت مساحة السطح S ، شكل (١٣-١)، فإن العدد الكلي لخطوط القوى المارة خلال هذا السطح هو:

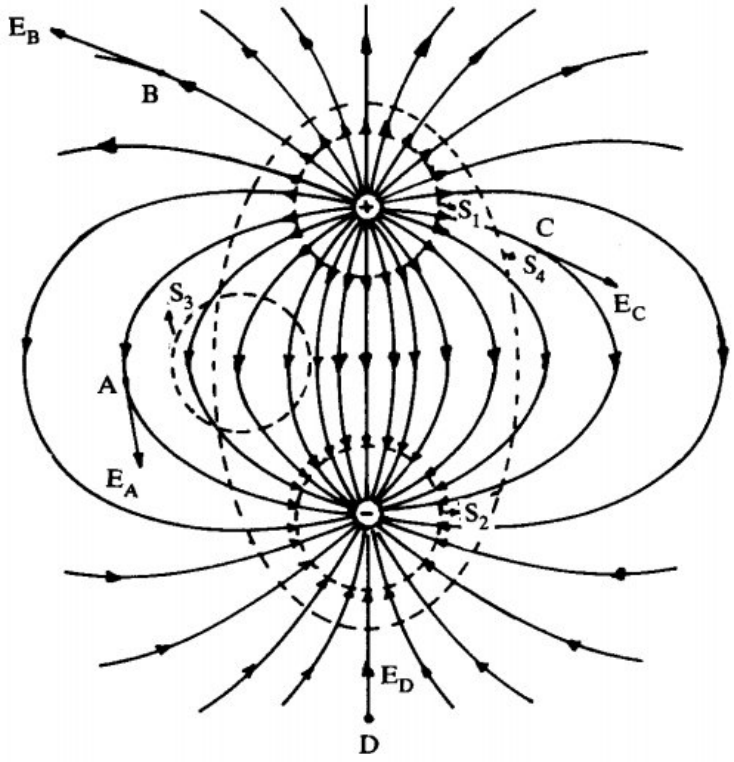


«ا» «ب»

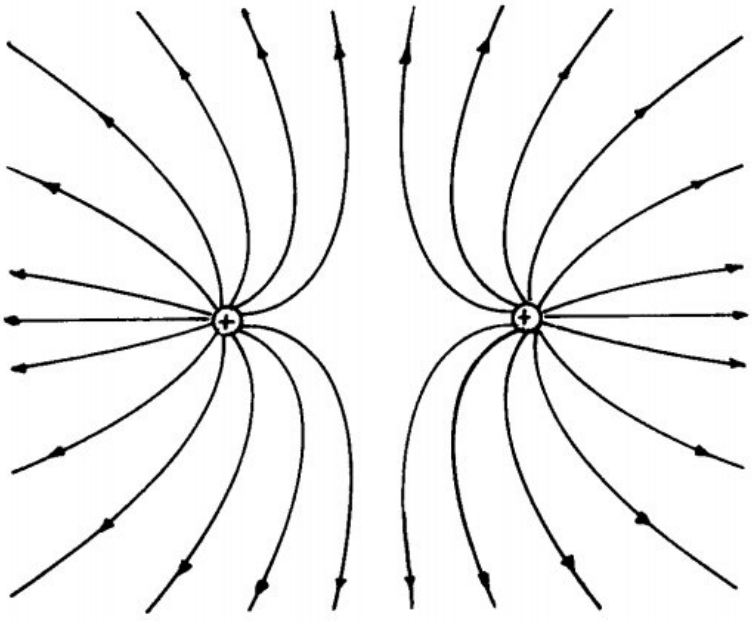


«ج»

شكل (١١-١): خطوط القوى الناتجة عن:
أ ـ شحنة موجبة ، ب ـ شحنة سالبة
جـ ـ موصل مستقيم مشحون بشحنة موجبة.

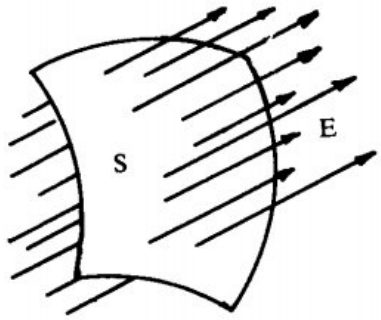


«أ»



«ب»

شكل (١٢-١): خطوط القوة الناتجة عن:
ا ـ شحنتين مختلفتين في الإشارة ومتساويتين في القيمة.
ب ـ شحنتين متساويتين موجبتين.



شكل (١٣-١): حساب المجال الكهربي بمعرفة خطوط القوى N المارة من سطح مساحته S

$$N = ES \quad \ldots\ldots\ldots \quad (١-أ٤٧)$$

وبذلك يمكن القول بأن:

شدة المجال عند نقطة ما تمثل عدد خطوط القوى الكهربية التي تقطع وحدة المساحة عموديا عند هذه النقطة.

وطبقا لهذا التعريف والاستعانة بشكل (١٤-١) فإن عدد الخطوط العمودية dN التي تقطع المساحة dS من سطح غلاف كروي نصف قطره r وتقع في مركزه شحنة موجبة q تعطى بالمعادلة: $dN = E \cdot dS$

حيث E شدة المجال عند أي نقطة على سطح الكرة ويعطى بالمعادلة:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

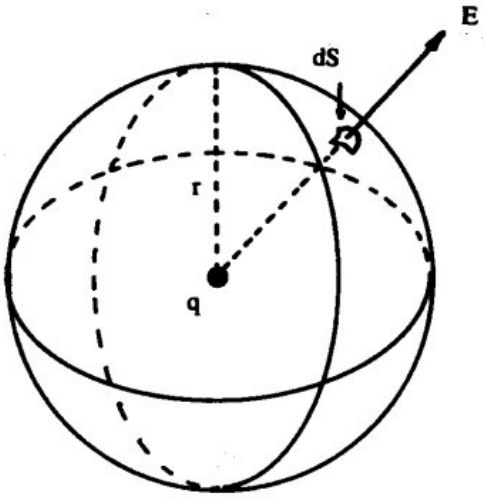
$$\therefore dN = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\,dS$$

∴ مجموع خطوط القوى N التي تقطع سطح الكرة كلها في اتجاه عمودي هى:

$$\therefore N = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\int_0^{4\pi r^2} dS$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}(4\pi r^2)$$

$$\therefore N = \frac{1}{\varepsilon_0}\,q \cdot \cdot \qquad (١-ب٤٧)$$



شكل (١٤ ـ ١): عدد خطوط القوى dN التي تقطع المساحة dS من سطح غلاف كروي نصف قطره r وتقع الشحنة q في مركزه.

(ومنها يتجه المجال عند أي مكان مبتعدا عن الشحنة في اتجاه نصف القطر أي عموديا على السطح الكروي).

وواضح أن عدد خطوط القوى لا تتوقف على نصف قطر الكرة مما يدل على تساوي عدد الخطوط المارة بجميع الكرات التي تقع في مركزها النقطة المشحونة.

وتعرف المعادلة (٤٧ب ـ ١) بنظرية جاوس (Gauss's Law) وسيأتي شرحها في البند (١ـ٩) كما يعرف N بالفيض (التدفق) الكلي في اتجاه عمودي (total normal flux).

والتدفق «في صورته العامة» لأي مجال كهربي يقاس بعدد خطوط القوى التي تمر خلال سطح افتراضي (hypothetical surface) قد يكون مغلقا أو مفتوحا ويرمز له بالرمز Φ وهذا التدفق يكون موجبا إذا كانت خطوط القوى خارجة من السطح المقفل وسالبا إذا كانت خطوط القوى آتية إليه. يمثل الشكل (١٢أ ـ ١) خطوط القوى لشحنتين إحداهما سالبة والأخرى موجبة. وعندما تقطع الأسطح الافتراضية المحددة بالمنحنيات S_1, S_2, S_3, S_4 المغلقة فيكون التدفق موجبا بالنسبة للسطح S_1 وسالبا بالنسبة للسطح S_2.

وتتضح نظرية التدفق فيما لو وضع سطح غير منتظم الشكل في مجال كهربي E بحيث تكون خطوط القوى غير عمودية على كل أجزائه. وفي هذه الحالة يقسم السطح إلى أسطح صغيرة مساحتها ΔS واتجاهها يحدد بمتجه الوحدة العمودي عليه ويعطى التدفق لكل سطح صغير بالعلاقة التالية:

$$\Delta\Phi = E\Delta S\cos\theta \quad \ldots\ldots \quad (١-٤٨أ)$$

حيث θ هي الزاوية بين العمودي على السطح وبين اتجاه المجال E. ولما كانت $E\cos\theta$ هي المركبة العمودية للمجال (أي المركبة في اتجاه العمودي على السطح) فإن التدفق الكلي للسطح يساوي مجموع التدفق لكل الأسطح الصغيرة وبصورة تقريبية فإن:

$$\Phi = \Sigma E\Delta S\cos\theta \quad \ldots \quad (١-٤٨ب)$$

والتعريف الدقيق للتدفق يمكن إيجاده في الصورة التفاضلية للمعادلة (١-٤٨ب) بحيث يستبدل المجموع Σ بالتكامل على السطح كله.

$$\Phi = \oint E dS\cos\theta$$

أو

$$\Phi = \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} \quad \ldots\ldots \quad (١-٤٨جـ)$$

هذا التكامل السطحي (surface integral) يحدد تقسيم السطح إلى عناصر متناهية في الصغر (infinitesimal elements) "dS" بحيث تعطى قيمة التدفق للعنصر بالعلاقة E . dS.

وتشير الدائرة O المرسومة على علاقة التكامل أن السطح مغلق.

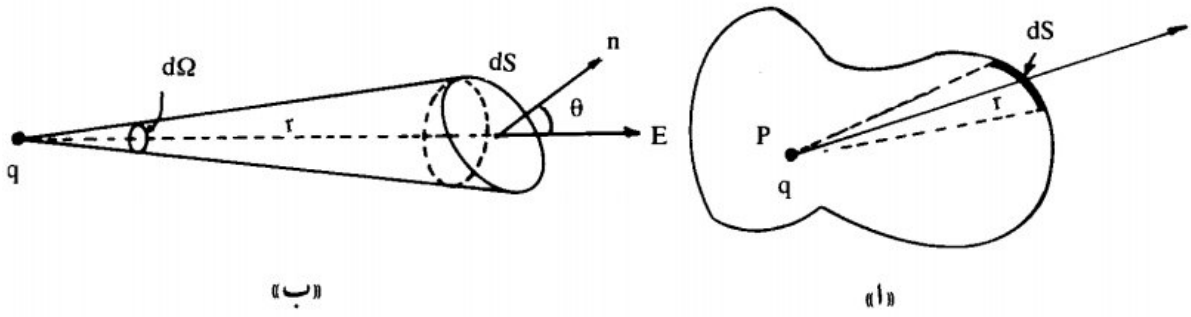
(١-٨) قانون جاوس

Gauss's Law

وجد في البند (١-٧) أن المعادلة (١-٤٨جـ) تمثل مجموع خطوط القوى العمودية والتي تمر بكل سطح كروي تقع الشحنة q في مركزه.

ويعمم جاوس هذه النتيجة فهو يثبت أنه إذا تعرض أي سطح مقفل لمجال كهربي فإن عدد خطوط القوى التي تنفذ منه إلى الخارج تساوي $\frac{1}{\varepsilon_0}$ مضروبا في المجموع الجبري للشحنات المحصورة داخل هذا السطح بصرف النظر عن كيفية توزيع الشحنات داخل السطح . أو بقول آخر ***«يتناسب الفيض الكهربي على سطح مغلق (closed surface) مع المجموع الجبري للشحنات داخل هذا السطح»*** .

ولإثبات هذه النظرية في الحالة العامة، يفترض وجود شحنة مقدارها q عند النقطة P. كما في شكل (١٥أ ـ ١)، داخل سطح مغلق غير منتظم الشكل. في هذه الحالة تكون شدة المجال مختلفة من نقطة إلى نقطة أخرى على السطح ، وإذا لم يكن السطح في جميع نقطه عموديا على المجال فإنه يمكن حساب عدد خطوط القوى المارة بالسطح بالطريقة التالية :



شكل (١٥ـ١) : أ ـ سطح مغلق غير منتظم الشكل توجد بداخله شحنة قدرها q
ب ـ dS جزء صغير من السطح المغلق يمكننا من حساب الفيض الكهربي العمودي عليه ثم يعمم على السطح المغلق كاملا «قانون جاوس» .

يُفرض أن سطحا صغيرا dS يمثل جزءا من السطح الكلي المحيط بالنقطة q حيث يبعد مسافة r عن q كما في شكل (١٥ب ـ ١) . ولتكن n هي متجه الوحدة العمودي على dS و E شدة المجال وحسب المعادلة (٤٨جـ ـ ١) يكون الفيض العمودي خلال المساحة dS هو:

$$d\Phi = E\, dS \cos\theta \qquad \ldots\ldots \quad (١-٤٩)$$

حيث θ هي الزاوية بين العمود n على السطح dS واتجاه المجال E وبهذا فإن E cos θ هي المركبة العمودية للمجال E وحيث إن :

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

وبالتعويض في المعادلة (٤٩-١) يُحصل على :

$$d\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\cos\theta}{r^2}\, dS$$

ولكن من المعروف هندسيا أن الزاوية المجسمة dΩ (solid angle) المقابلة للسطح dS تعطى بالمعادلة ، [وذلك حسب المعادلة (٤٧-٢) الواردة في الملحق ٢] .

$$d\Omega = \frac{dS\cos\theta}{r^2}$$

$$\therefore d\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\cos\theta}{r^2}\frac{r^2 d\Omega}{\cos\theta} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\, d\Omega$$

ويكون الفيض الكلي Φ العمودي خلال السطح المغلق والذي يسمى بسطح جاوس (Gaussian surface) (أي عدد خطوط القوى التي تخترق عموديا السطح المغلق كله) محددا بالمعادلة :

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint d\Omega = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \ldots\ldots \quad (١-أ٥٠)$$

حيث إن $\oint d\Omega = 4\pi$ هو قيمة الزاوية المجسمة التي يصنعها السطح المغلق كله حول P ، ويوضح ذلك الملحق ٢ البند (٢-٩) .

وإذا كان هناك أكثر من شحنة داخل السطح المغلق فإنه بتطبيق المعادلة (١-أ٥٠) على كل شحنة يمكن الحصول على :

$$\Phi = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\oint d\Omega_1 + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0}\oint d\Omega_2 + \ldots\ldots$$

$$\therefore \Phi = \frac{1}{\varepsilon_0}(q_1 + q_2 + \ldots) = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_n q_n \quad \ldots \quad (٥٠ب - ١)$$

ومن المعادلتين (٤٩-١) و(٥٠ب - ١) نجد أن :

$$\Phi = \oint E\cos\theta\, dS = \oint \vec{E}\,.\,d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_n q_n \qquad (٥١أ - ١)$$

$$\Phi = \oint E\cos\theta\, dS = \oint \vec{E}\,.\,d\vec{S} = 4\pi\sum_n q_n$$

وهذه هي معادلة جاوس في صورتها العامة وفي نظامي الوحدات العالمي والجاووسي على التوالي.

وإذا فرض أن E_n هي المركبة العمودية لشدة المجال على السطح dS بحيث يكون اتجاه العمود n إلى الخارج. فإن المعادلتين (٥١أ - ١) تصبحان كالتالي :

$$\Phi = \oint E_n\,.\,dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_n q_n \qquad \ldots\ldots \quad (٥١ب - ١)$$

$$\Phi = \oint E_n\,.\,dS = 4\pi\sum_n q_n$$

ويمكن استبدال الـ Σq_n بإحدى التكاملات الخاصة $\int \rho dV$ أو $\int \sigma dS$ أو $\int \lambda dl$ المختلفة باختلاف نوع توزيع الشحنة الحجمية أو السطحية أو الطولية، كما ورد في البند (١-٥).

مـــلاحظـــات

١ - إذا كان السطح ملتويا (convoluted surface) كما في شكل (١٦أ - ١) وأخذ في الاعتبار الأسطح S_3 و S_2 و S_1 المقابلة للزاوية المجسمة $d\Omega$ فإنه من الواضح أن توزيع الفيض لهذه الأسطح هو:

$$d\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\, d\Omega - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\, d\Omega + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\, d\Omega = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\, d\Omega$$

وإشارة ناقص هنا تدل على أن العمودي على السطح S_1 يعاكس العمودي على السطح S_2 .

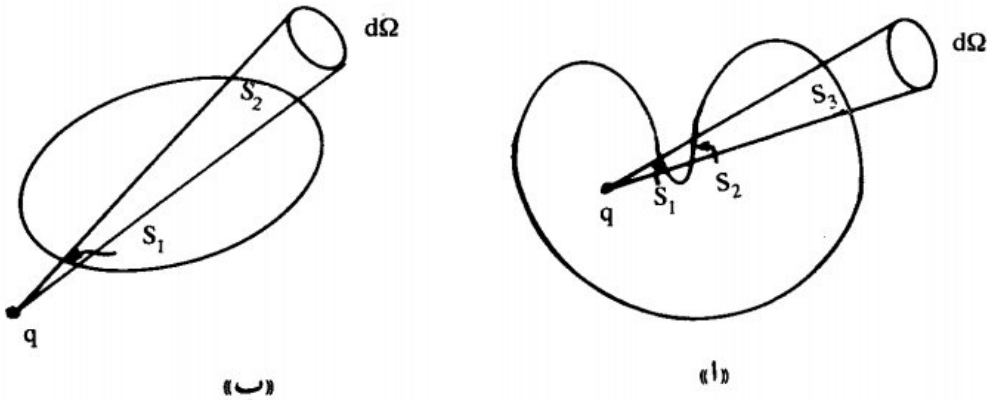
$$\therefore \Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \oint d\Omega = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

وهي المعادلة (٥٠أ ـ ١) نفسها التي تم الحصول عليها بالنسبة للسطح غير الملتوي .

٢ ـ إذا كانت الشحنة q واقعة خارج سطح مغلق كما في شكل (١٦ب ـ ١) فإن توزيع الفيض (the flux) بالنسبة للأسطح المقابلة للزاوية المجسمة dΩ هو:

$$d\Phi = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\, d\Omega + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\, d\Omega = 0$$

وهذه النتيجة تعني أن الفيض الكلي للسطح المغلق في وجود شحنة خارجة عنه يساوي صفر مهما كان شكله الهندسي .



شكل (١٦-١): ا ـ سطح مقفل متعرج بداخله شحنة قدرها q ثم تطبيق قانون جاوس لحساب الفيض الكهربي من خلال الأسطح S_1 ، S_2 ، S_3.

ب ـ سطح آخر مقفل بينما تقع الشحنة خارجه ومدى تطبيق قانون جاوس لحساب الفيض الكهربي من خلال الأسطح S_1 ، S_2.

٣ ـ تتوقف سهولة حساب شدة المجال باستخدام قانون جاوس على حسن اختيار السطح المغلق المناسب لتوزيع الشحنات وشكل المجال. ويراعى في اختيار سطح جاوس ما يأتي:

أ ـ أن يمر السطح المغلق بالنقطة المراد حساب شدة المجال عندها.

ب ـ أن يكون السطح المغلق متلائما مع توزيع الشحنات وأن يكون منتظما على قدر الإمكان.

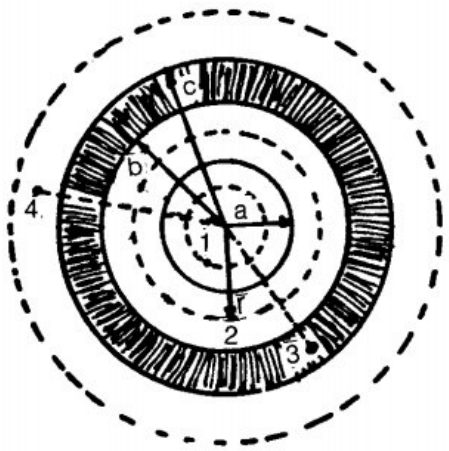
جـ ـ أن تسقط خطوط القوة عمودية على السطح أو موازية له أو تصنع معه زاوية ثابتة معلومة حتى يسهل حساب الفيض الكهربي.

د ـ أن تكون شدة المجال ثابتة على أجزاء السطح المختلفة.

مثال (٧ ـ ١)

كرة موصلة ومصمتة نصف قطرها a وشحنتها $+2Q$ وتحيط بها كرة أخرى موصلة ومجوفة ومتحدة معها في المركز نصف قطرها الداخلي b والخارجي c وشحنتها $-Q$. استعمل قانون جاوس لحساب المجال الكهربي عند النقاط 4,3,2,1 كما في الشكل.

الحل



١ ـ بالنسبة للنقطة (1) التي توجد داخل الكرة المصمتة: نتصور سطحا جاووسيًّا نصف قطره r ويمر بالنقطة (1) حيث $r<a$. لا توجد شحنات في هذه المنطقة كما وضح ذلك في البند السابق أي أن:

$$E_1 = 0$$

وهذا يعني أن الشحنة موزعة على السطح الخارجي للكرة الداخلية.

٢ ـ بالنسبة للنقطة (2): نتصور أيضا سطحا جاووسيًّا نصف قطره r حيث $a<r<b$

ويلاحظ أن الشحنة الموجودة داخل هذا السطح هي 2Q الخاصة بالكرة الداخلية المصمتة. وتنبعث خطوط القوى من سطح الكرة المشحونة في اتجاه عمودي على سطحها أي تتلاقى عند مركزها وتقطع سطح جاوس في اتجاه عمودي وقيمتها ثابتة عنده وبتطبيق قانون جاوس يحصل على:

$$\int E_2 d\,S \cos\theta = E_2\,S = E_2(4\pi r^2) = \frac{2Q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E_2 = \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 2K_e\frac{Q}{r^2}$$

٣ ـ بالنسبة للنقطة (3) : تكون قيمة المجال الكهربي في هذه المنطقة مساوية للصفر. لأنه إذا تصورنا سطحًا جاووسيًا في هذه المنطقة فإن محصلة الشحنات تساوي الصفر نتيجة لتكون شحنة حثية مقدارها 2Q- داخل سطح الكرة المجوفة مساوية للشحنة على سطح الكرة الداخلية المصمتة 2Q+.

٤ ـ أما بالنسبة للنقطة (4) : نتصور سطحًا جاووسيًا يمر بهذه النقطة حيث r>c فإن هذا السطح سيحيط بنوعين من الشحنات على السطح للكرة المصمتة والسطح الخارجي للكرة المجوفة الخارجية أي أن:

$$q = 2Q + (-Q) = Q$$

$$\Sigma E_4 \times S = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E_4 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = K_e\frac{Q}{r^2}$$

(١ـ٩) تطبيقات على قانون جاوس

Applications of Gauss's Law

لكي تتضح فوائد قانون جاوس سوف يدرس فيما يلي شدة المجال الكهربي في بعض الحالات المعروفة بواسطة المعادلة (١ـ٥١).

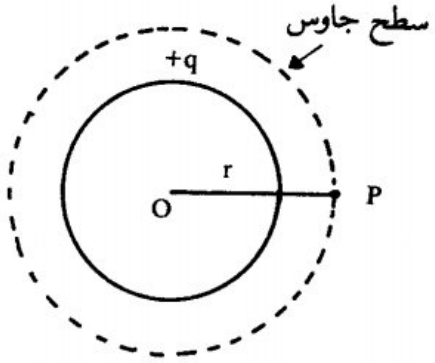
(١-٩-١) شدة المجال حول كرة مشحونة Electrical field around charged sphere

يمثل الشكل (١٧-١) كرة تحمل شحنة موجبة قدرها q. فلحساب شدة المجال عند النقطة P خارج الكرة. يُفرض وجود سطح جاوسي نصف قطره r ويمر بالنقطة P.

وحيث إن خطوط القوى تنبعث من سطح الكرة المشحونة في اتجاه عمودي على سطحها أي تتلاقى عند المركز. كما أنها تقطع سطح جاوس في الاتجاه العمودي.

فبتطبيق المعادلة (١-٥١) يكون:

$$E\int_{0}^{4\pi r^2} dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



ولأن: $\cos\theta = 1$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots (١-٥٢)$$

أو:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{i}_r$$

شكل (١٧-١): تابع للتطبيق (١-٩-١)

أي أن قيمة شدة المجال الكهربي عند النقطة P خارج كرة مشحونة هي نفسها كما لو كانت الشحنة عند المركز.

(١-٩-٢) المجال الناشيء عن سلك طويل مشحون Field of a long charged wire

سبق وأن درست هذه المسألة في البند (١-٦) حيث تم حساب شدة المجال E باستخدام المعادلة (١-٤٦) وستعالج المسألة نفسها بواسطة قانون جاوس.